

Proyecto SENER-CONACyT
Inyección de Aire al Yacimiento como Sistema de Recuperación Mejorada

**MODELO NUMÉRICO DE AIRE
FRACTURA-MEDIO POROSO**

Martín A. Díaz Viera (IMP)
Robert Yates (ALTEC)

CONTENIDO

Pág

1.- Introducción	3
2.- Discretización geométrica	6
3.- Evaluación de la transmisibilidad	10
4.- Aspectos de la implementación del modelo de fracturas discretas de Karimi-Fard	20
5.- Referencias	22

1.- Introducción

El flujo a través de medios porosos fracturados suele ser simulado mediante modelos de doble porosidad. Este enfoque, aunque muy eficiente, sufre de algunas limitaciones importantes. Por ejemplo, los modelos de doble porosidad no son muy adecuados para el modelado de un pequeño número de grandes fracturas, que pueden llegar a dominar el flujo. Otro inconveniente es la dificultad de evaluar con precisión la función de transferencia entre la matriz y las fracturas. Por estas razones, los modelos de fracturas discretas, en la que las fracturas se representan de forma individual, están empezando a encontrar aplicaciones en la simulación de yacimientos. Estos modelos pueden ser utilizados tanto como herramientas autónomas, así como para la evaluación de funciones de transferencia en modelos de doble porosidad. Estos modelos también se pueden utilizar en combinación con el enfoque de doble porosidad.

Existen algunos trabajos sobre la extensión del método de elementos finitos para manejar el flujo multifásico. Por ejemplo, Kim y Deo [4] y Karimi Fard y Firoozabadi [5] presentan extensiones de la obra de Baca *et al* [2] para el flujo en dos fases. Ellos modelan las fracturas y la matriz en una configuración en 2D incluyendo los efectos de la presión capilar. Los dos medios (la matriz y las fracturas) fueron acoplados usando un enfoque de superposición. Esto implica la discretización de la matriz y las fracturas por separado y luego añadir sus contribuciones para la obtención de las ecuaciones de flujo total.

Los enfoques actuales basados en procedimientos de elementos finitos tienen éxito en el caso de una sola fase de flujo y transferencia de calor, pero en el caso de flujo multifásico en yacimientos altamente heterogéneos, éstos no garantizan la conservación de masa localmente. Las formulaciones de elementos finitos basadas en métodos de Galerkin discontinuo o mixtos (por ejemplo, Riviere *et al.*[6]) pueden eliminar esta dificultad, aunque estos métodos son generalmente computacionalmente más costosos que los procedimientos estándar de volumen finito. Los simuladores de yacimientos existentes están, en la gran mayoría de los casos, basados en diferencias finitas (FD) o métodos de diferencias finitas con volumen de control (CVFD). Por lo tanto, con el fin de mantener la compatibilidad con los actuales simuladores de propósito general, que es uno de los propósitos de este trabajo, es importante que el modelo de fractura discreta esté basado en técnicas de diferencias finitas con volumen de control.

La investigación sobre modelos fracturas discretas utilizando métodos de volumen finito es muy reciente y se limita principalmente a problemas en 2D. El trabajo de Koudina et al [7] es una excepción en donde redes de fracturas en 3D fueron consideradas, aunque la contribución de la matriz fue ignorada. Un procedimiento de volumen finito basado en vértices fue aplicado en este trabajo para la solución de flujo de una sola fase a través de la red de fracturas. Un enfoque similar fue utilizado por Dershowitz *et al.* [8] para calcular los parámetros de doble porosidad de un medio poroso fracturado. Los enfoques basados en celdas, en el que los volúmenes de control puede ser fácilmente alineados con las discontinuidades del campo de la permeabilidad, son probablemente más apropiados para aplicaciones en simulación de yacimientos. Los trabajos anteriores sobre los enfoques basados en celdas son para sistemas en 2D discretizados en mallas triangulares. Por ejemplo, Caillabet et al [9], [10] utilizaron un modelo de dos ecuaciones para problemas de una sola fase. Un enfoque similar fue utilizado por Granet et al. [11],[12] para un modelo de simple porosidad. Ellos primero aplicaron el método a sistemas con flujo monofásico [11] y luego lo extendieron al caso de flujo bifásico [12].

En todos estos enfoques, las intersecciones de las fracturas fueron tratadas mediante la introducción de un nodo especial en cada intersección. El propósito de este nodo es para permitir la redirección del flujo. Este tratamiento funciona bien para flujo monofásico, pero pueden surgir problemas en el caso de los cálculos de transporte (para flujo multifásico). Esto es debido al tamaño muy pequeño de los volúmenes de control creados en las intersecciones de las fracturas, que influyen en la estabilidad y en el paso de tiempo aceptable para el método numérico. Este problema fue reconocido y abordado por Granet et al.[12] para el caso de flujo en dos fases. Ellos supusieron que no existe el término de acumulación en la intersección, y además introdujeron un término corriente arriba (upwind) modificado para los volúmenes de control de la intersección. Porque estamos interesados en la compatibilidad con los simuladores existentes, preferimos evitar los enfoques de este tipo, que requieren un manejo especial para los volúmenes de control asociados con las intersecciones de las fracturas.

En este trabajo se presenta un enfoque con volumen de control general y flexible para modelar flujo multifásico a través de medios porosos fracturados en 2D y 3D. Fracturas con apertura variable se modelan de una manera muy natural. Cualquier tipo de polígono convexo o poliedro puede ser utilizado para la discretización, aunque por ahora, **las aproximaciones del flujo con dos puntos** son aplicadas en los cálculos. Todos los

volúmenes de control de la intersección se eliminan mediante una transformación de conectividad. Esta simplificación se aplica en el paso de evaluación de la transmisibilidad de modo que no se requiere ninguna modificación del simulador de flujo. Como consecuencia, cualquier simulador de yacimiento basado en las **listas de conectividad general** puede ser utilizado para el cálculo del flujo. El simulador objetivo de nuestro trabajo es el GPRS (General Purpose Research Simulator), desarrollado por Cao y Aziz [13].

Este simulador es muy general y puede manejar tanto petróleo negro como sistemas totalmente composicionales. Este artículo procede de la siguiente manera.

- En primer lugar, se describe la **discretización** geométrica de los medios porosos fracturados.
- A continuación, se discute la **evaluación** de la parte geométrica **de la transmisibilidad**.
- La **lista** resultante **de conectividad** y propiedades son introducidos al simulador de flujo.
- **Ejemplos** de casos relacionados con el flujo a través de sistemas de fracturas y el flujo a través de una zona de falla de rumbo muestran las capacidades del método propuesto.

2.- Discretización geométrica

La discretización geométrica del yacimiento se basa en el volumen de control de la partición. La geometría se define con las siguientes cuatro tipos de objetos:

- Los nodos (objetos 0D).
- Los segmentos definidos por dos nodos (objetos 1D).
- Polígonos convexos definidos por segmentos (objetos en 2D).
- Poliedros convexos definidos por polígonos convexos (objetos 3D).

Esta flexibilidad en las formas del volumen control permite el mallado de yacimientos complejos. La representación jerárquica de la geometría facilita la identificación de la conectividad entre los diferentes objetos. Normalmente, en un problema 2D, el bloque de la matriz se representa por los polígonos y las fracturas se representan mediante segmentos. En un problema en 3D, la matriz está representada por los poliedros y las fracturas por polígonos.

La Fig. 1 muestra un ejemplo en 2D de un medio poroso fracturado. El problema inicial es definido en el dominio físico. Este dominio físico se discretiza utilizando los objetos definidos previamente. La discretización resultante representa el dominio de la malla. El espesor de la fractura no está representado en el dominio de la malla. Esto simplifica considerablemente el mallado de medios fracturados, porque no hay necesidad de resolver expresamente las fracturas o calcular las intersecciones de las fracturas. Las consecuencias de esta simplificación es especialmente importante en el caso de los sistemas en 3D. El espesor de las fracturas es considerado en el dominio de cálculo para la evaluación de caudal (tasa de flujo), como se describe en la siguiente sección. Aunque el uso de un objeto de dimensiones inferiores para representar a las fracturas crea una gran diferencia de tamaño entre las fracturas y la matriz, Juanes et al. [3] mostró que el comportamiento de la convergencia de esta representación (con respecto al refinamiento de la malla) es mucho mejor que una discretización estándar en la que las fracturas se resuelven.

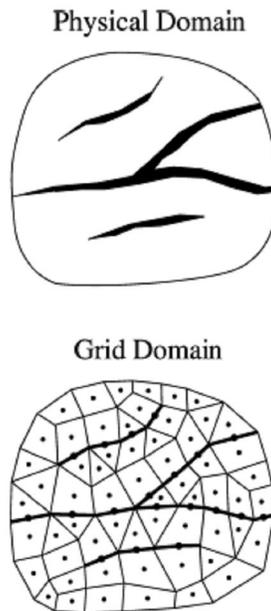


Figura 1: Ejemplo de medio poroso fracturado en 2D

Una vez que la geometría se modela con un conjunto de objetos, los volúmenes de control se definen mediante la asociación de un nodo con cada objeto (puntos negros en la Fig. 1.), que representa los puntos donde las incógnitas son evaluadas. En nuestro enfoque, la posición del nodo es el centroide (centro de masa) del volumen de control. Este enfoque es aplicable a los volúmenes de control de cualquier forma. Un cálculo especial de la transmisibilidad, presentado en la siguiente sección, se aplica para acoplar el flujo entre los volúmenes de control adyacentes.

En muchos de los enfoques existentes con mallas triangulares, [9-12] las incógnitas están representadas en la circuncentros de los triángulos. Para medios isótropos, si una triangulación de Delaunay se aplica, entonces la malla dual es una malla mediatriz (PEBI-perpendicular bisector) [14]. Estos sistemas de mallas tienen propiedades deseables desde el punto de vista de la discretización numérica, por ejemplo, la aproximación del flujo con dos puntos es aplicable. En las inmediaciones de las fronteras internas y externas, sin embargo, esta triangulación puede resultar en casos en los que el circuncentro se encuentra fuera del volumen de control (Fig. 2). Esta situación se puede remediar mediante el uso de refinamiento alrededor de los elementos problemáticos, que están por lo general cerca de las fronteras externas o de fronteras internas. En el caso de un medio poroso fracturado, las fracturas actuarán como fronteras internas, por lo que un alto grado de refinamiento puede ser requerido. Debido a que este enfoque no utiliza circuncentros, evita la necesidad de este refinamiento adicional. La desventaja es que

nuestros sistemas de malla requieren de aproximaciones de flujo con múltiples puntos para lograr una precisión óptima. Al usar la aproximación de flujo de dos puntos, se incurre en cierto error.

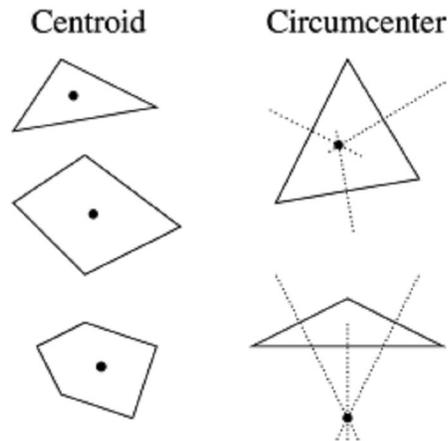


Figura 2: Las incógnitas son evaluadas en los centroides de cada volumen de control

Para los sistemas anisotrópicos, en lugar de utilizar una cuadrícula ortogonal, podemos utilizar una malla K-ortogonal [15] (que es una generalización de una malla PEBI para dar cabida a la anisotropía). Esto nos permite mantener la aproximación de flujo de dos puntos. La generación de mallas K-ortogonales para sistemas fracturados complejos puede no ser práctica en general, sin embargo. Para los modelos en los que la malla no es K-ortogonal, el uso de una aproximación del flujo multipunto es necesario. Creemos, sin embargo, que en la mayoría de los casos, el uso de mallas casi K-ortogonales, combinadas con una aproximación de flujo de dos puntos modificada, ofrece una precisión aceptable. Esto se debe a que suele ser más importante capturar los efectos de la geometría de la fractura y la conectividad (que este enfoque representa con precisión) que resolver con precisión los efectos detallados de la anisotropía de la matriz. Observamos, sin embargo, que las técnicas multipuntos actuales para la aproximación del flujo [16-18] son bastante compatibles con esta formulación. En concreto, siempre y cuando se mantenga una aproximación de flujo de dos puntos en las intersecciones de las fracturas, una aproximación multipunto se puede utilizar para todas las demás conexiones.

La complejidad de un medio poroso fracturado plantea algunas cuestiones técnicas para la generación de la malla. **Estas cuestiones no se abordan en este trabajo.** En

nuestros ejemplos, hemos utilizado un algoritmo estándar de triangulación de Delaunay. Más detalles se pueden encontrar en Koudina et al., [7], donde se discute la triangulación de Delaunay de redes de fracturas en 3D. Otro enfoque de interés para el mallado de modelos geológicos complejos es la técnica "mallado atómico" de Hale [19]. Estos métodos proporcionan algunos de los enfoques posibles, aunque el mallado de modelos geológicos complejos sigue siendo un desafío. En un trabajo futuro, tenemos la intención de abordar este importante tema con más detalle.

3.- Evaluación de la transmisibilidad

Nuestro simulador utiliza una técnica de discretización de diferencias finitas con volumen de control. El balance de materia para cada volumen de control requiere del conocimiento de los volúmenes de control vecinos (una lista de conectividad) y del caudal asociado con cada conexión (determinado usando la transmisibilidad). Esta información es utilizada tanto para una sola fase como para flujo multifásico. En esta sección, se describe la evaluación de la transmisibilidad de un medio poroso fracturado, así como algunas simplificaciones para mejorar la calidad de la lista de conectividad resultante. Como se indicó anteriormente, se utiliza una aproximación del flujo de dos puntos. Este desarrollo es para permeabilidad isotrópica; los sistemas K-ortogonales pueden ser tratados utilizando la generalización presentada en Heinemann et al.[14].

Para cualquier forma del volumen de control y dimensión del problema, el caudal de flujo se expresa como

$$Q_{12} = T_{12}\lambda(p_2 - p_1) \quad (1)$$

donde P es la presión, Q_{12} es el caudal desde la Celda 1 hacia la Celda 2, T_{12} es la parte geométrica de la transmisibilidad, y λ representa la movilidad del fluido usando la información aguas arriba. En el caso de flujo multifásico, diferentes caudales, presiones, y movilidades son aplicables para cada fase. La parte geométrica de la transmisibilidad, sin embargo, es la misma para cada fase, y es de esta parte de la transmisibilidad donde nos centraremos aquí. La parte de la movilidad de la transmisibilidad, que es diferente para cada fase, se calcula de la forma habitual.

La parte geométrica de la transmisibilidad, T_{12} , está dada por

$$T_{12} = \frac{\alpha_1\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}; \quad \text{donde } \alpha_i = \frac{A_i k_i}{D_i} \underline{n}_i \cdot \underline{f}_i \quad (2)$$

Aquí, A_i es el área de la interfaz entre dos volúmenes de control (usando información de CV_i , donde CV_i designa el volumen de control i -ésimo), k_i es la permeabilidad del CV_i , D_i es la distancia entre el centroide de la interfaz y el centroide del CV_i , \underline{n}_i es la normal a

la interfaz interna del CV_i , y \underline{f}_i es el vector unitario en la dirección de la línea que une el centroide del volumen de control con el centroide de la interfaz. Estas cantidades se ilustran en la figura 3 para una configuración 2D. Hacemos notar que nuestro procedimiento para el cálculo de T_{12} es esencialmente una generalización del cálculo de la transmisibilidad para los sistemas de nodo en esquina (corner-point systems) [20].

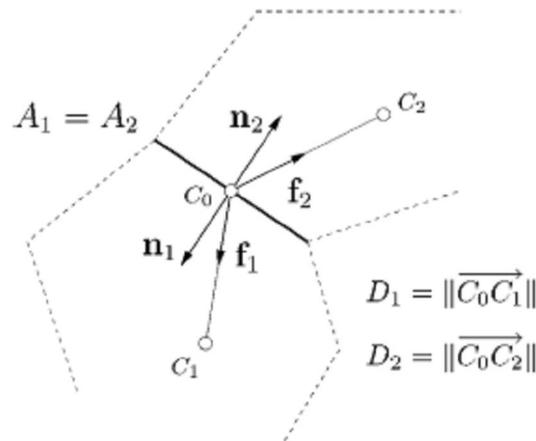


Figura 3: Representación geométrica de dos volúmenes de control adyacentes en 2D

Toda la información geométrica necesaria para calcular T_{12} se define en el dominio de la malla. El cálculo de transmisibilidad que se define aquí se puede utilizar directamente, ya sea para problemas en 2D o 3D. En una configuración 2D, la interfaz es un segmento, mientras que en una configuración en 3D la interfaz es un polígono. A continuación, se describe cómo tomar en cuenta las fracturas de espesor variable, las intersecciones de las fracturas, y las conexiones de la matriz-fractura.

Fracturas en 2D. Fig. 4 ilustra la conexión entre dos objetos 1D (es decir, la conexión entre dos fracturas en un problema 2D). En el dominio computacional (donde el flujo se evalúa), cada porción de la fractura puede tener un espesor diferente. La conexión numérica entre las dos fracturas se logra mediante el uso de un volumen de control intermedio (CV0). El propósito de volumen de control intermedio consiste en permitir la redirección del flujo y la variación de espesor.

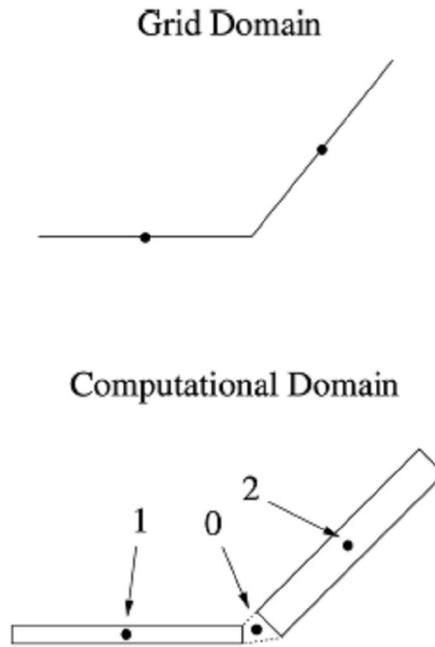


Figura 4: Conexión entre dos fracturas de 1D

No queremos introducir en realidad CV0, y sus incógnitas asociadas, en el modelo numérico, ya que se introducen problemas numéricos, debido al tamaño pequeño de CV0 en relación con CV1 y CV2. Podemos, sin embargo, expresar la transmisibilidad entre CV1 y CV2, mientras que implícitamente se toma en cuenta el volumen de control intermedio CV0 de la siguiente manera:

$$T_{12} = \frac{T_{10}T_{02}}{T_{10} + T_{02}}; \quad (3)$$

donde T10 es la transmisibilidad entre CV1 y CV0 y T02 es la transmisibilidad entre CV0 y CV2. Por lo tanto, T12 es sólo un promedio armónico de T10 y T02, como corresponde a los bloques en serie. La definición de T12 implica el conocimiento de la T10 y T02, que implica una definición geométrica del volumen de control intermedio. Para evitar tener que introducir esta definición geométrica, que puede ser compleja en algunas configuraciones, vamos a utilizar las siguientes simplificaciones. Teniendo en cuenta que el tamaño del volumen de control intermedio es generalmente muy pequeño en comparación con los volúmenes de control adyacentes, y que suele tener una permeabilidad similar a la de los volúmenes de control adyacentes (de la fractura), podemos escribir

$$\left. \begin{array}{l} D_1 \gg D_0 \\ k_1 \approx k_0 \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha_1 \ll \alpha_0 \Rightarrow T_{10} \approx \alpha_1 \quad (4)$$

De manera similar, $T_{02} \approx \alpha_2$. Entonces, T_{12} se puede expresar como

$$T_{12} = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}; \quad \text{donde } \alpha_1 = \frac{A_i k_i}{D_i} \quad (5)$$

donde A_i es ahora la apertura de la fractura y las otras variables se definen como anteriormente. Tomamos nota de que $\underline{n}_i \cdot \underline{f}_i = 1$ en esta configuración.

Fracturas en 3D. La Fig. 5 ilustra la conexión entre dos objetos en 2D. Esto podría ser de dos fracturas que se cruzan en el espacio 3D. Se toman en cuenta de sólo los volúmenes de control en 2D coplanares, lo que significa que todos los vértices que definen el volumen de control se encuentran en el mismo plano. Los dos volúmenes de control que se cruzan en general son no coplanares, lo que hace posible modelar fracturas complejas en 2D (superficies) en el espacio 3D. Como en el caso de la conexión 1D considerado anteriormente, un volumen de control intermedio es introducido de nuevo para conectar los objetos 2D. Esto nos permitirá escribir la transmisibilidad entre dos volúmenes de control con diferentes espesores y orientaciones. Las simplificaciones introducidas anteriormente se pueden aplicar aquí también, ya que el volumen de control intermedio volverá a tener un tamaño relativamente pequeño y casi la misma permeabilidad como los volúmenes de control de los alrededores.

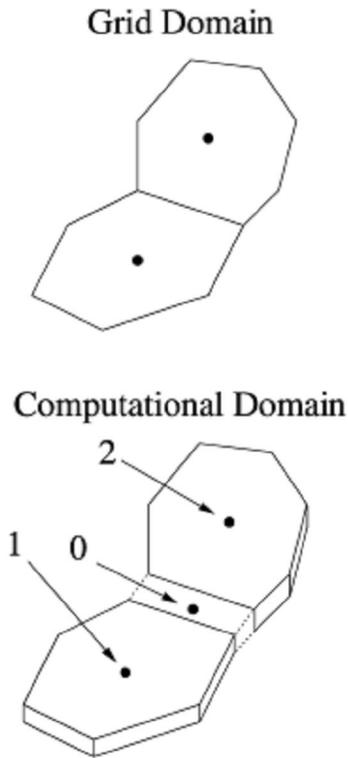


Figura 5: Conexión entre dos fracturas de 2D

Una vez más se usa la definición general de la transmisibilidad (Ec. 2). Es importante señalar que n_i , f_i , y el CV_i son coplanares. A_i es el área de la interfaz entre el CV_i y CV_0 , que es $l \times e_i$, donde l es la longitud de la interfaz calculada en el dominio de la malla, y e_i es el espesor del CV_i .

Múltiples fracturas que se intersectan. Fig. 6 ilustra la relación entre tres objetos 1D. Un volumen de control intermedio CV_0 se introduce para la redirección de flujo y ajuste del grosor entre las diferentes ramas. La aproximación presentada en la ecuación. 4 podrán ser aplicada para simplificar la transmisibilidad entre CV_0 y los volúmenes de control de entorno ($T_{10} \approx \alpha_1, T_{20} \approx \alpha_2, T_{30} \approx \alpha_3$). Sin embargo, debido a la conectividad de tres vías, no es posible quitar el volumen de control intermedio por el simple uso de una media armónica, como lo hicimos en el caso de las conexiones de 1D/1D y 2D/2D. Mantener los volúmenes de control de intersección afectará negativamente a la lista de la conectividad y, más importante aún, la solución del flujo. El problema es más significativo en el caso de flujo multifásico, donde el paso de tiempo en la ecuación de transporte puede ser limitado por los volúmenes de control más pequeños.

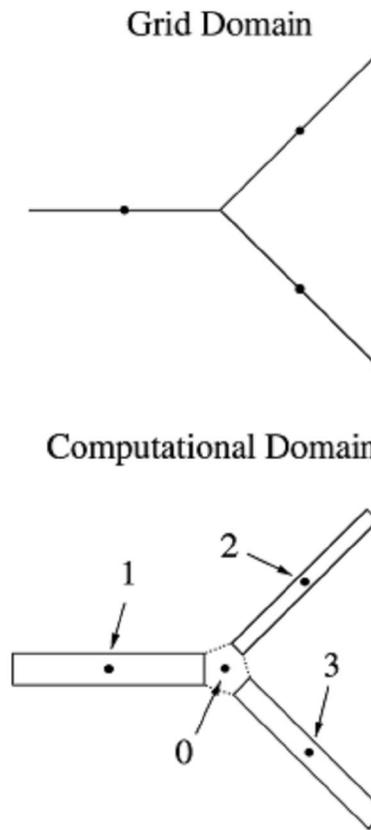


Figura 6: Ejemplo en 2D de intersección entre fracturas

Por lo tanto, será útil eliminar estos volúmenes de control intermedios. Para lograr esto, aplicamos la analogía entre el flujo a través de medios porosos y la conductancia a través de una red de resistencias eléctricas. La figura 7 representa la transformación "estrella-triángulo" para tres resistencias conectadas. Esta transformación es muy útil para la reducción de una red de resistencias a una forma más simple. King [21] utilizó este enfoque anteriormente en su técnica de renormalización para el cálculo de la permeabilidad efectiva de un medio poroso heterogéneo. Usamos esta transformación aquí para eliminar el volumen de control de la intersección como en la figura. 6. Introduciendo la simplificación dada por la ecuación. 4, podemos escribir la transmisibilidad entre el CV_i y CV_j con $i, j = 1, 2, 3$ (sin utilizar el volumen de control de la intersección), como

$$\begin{aligned}
 T_{12} &= \frac{T_{10}T_{20}}{T_{10} + T_{20} + T_{30}} \approx \frac{\alpha_1\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3}; \\
 T_{13} &= \frac{T_{10}T_{30}}{T_{10} + T_{20} + T_{30}} \approx \frac{\alpha_1\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3}; \\
 T_{23} &= \frac{T_{20}T_{30}}{T_{10} + T_{20} + T_{30}} \approx \frac{\alpha_2\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3};
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

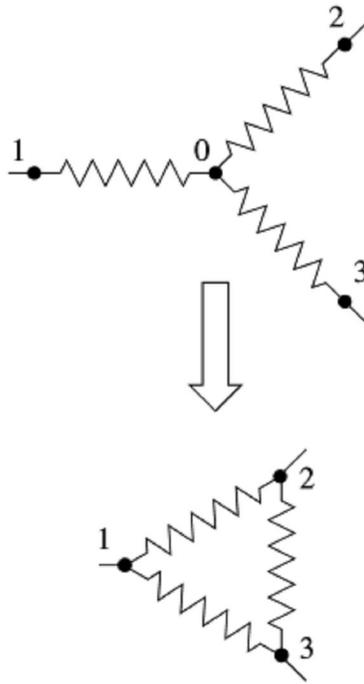


Figura 7: Transformación estrella-triángulo

Para el caso con n intersecciones, la ecuación (6) se puede generalizar como sigue:

$$T_{ij} \approx \frac{\alpha_i\alpha_j}{\sum_{k=1}^n \alpha_k};
 \tag{7}$$

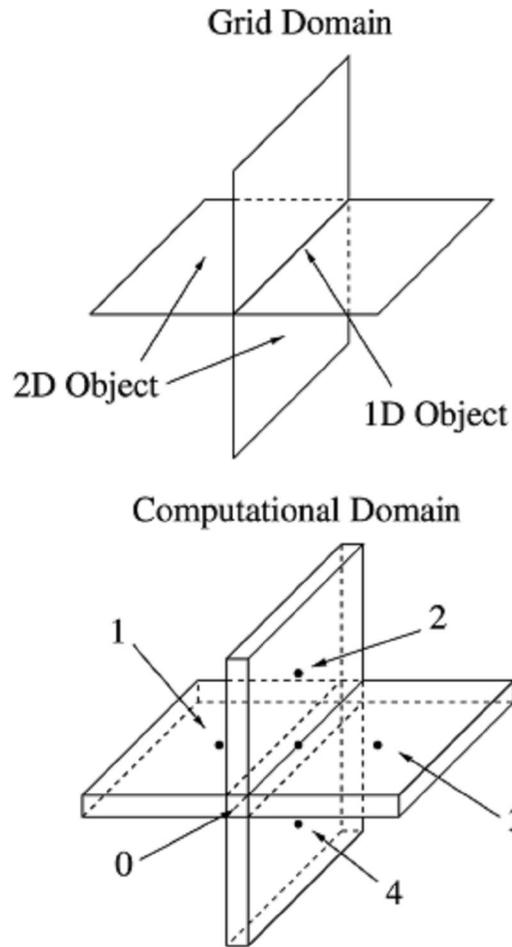


Figura 8: Intersección de dos fracturas en 3D

Es importante señalar que esta transformación se aplica utilizando sólo la información contenida en la lista de conectividad. La transformación no se limita al caso que se ilustra en la figura. 6. También se puede aplicar a los problemas de 3D y de hecho se utiliza en este trabajo para eliminar todos los volúmenes de control de la intersección. Fig. 8 ilustra una configuración típica en 3D. La intersección de dos fracturas (objetos 2D) está representada por un objeto 1D. En el dominio de cálculo de este objeto 1D se convierte en un volumen de control de intersección que conecta cuatro volúmenes de control de la fractura. La ecuación. 7 se puede aplicar aquí para $n=4$ para expresar directamente las transmisibilidades entre los volúmenes de control de la fractura.

La transformación "estrella-triángulo" es exacta en el caso de flujo incompresible de una sola fase, pero es sólo una aproximación a los problemas generales de flujo multifásico. Esto se debe a que la transformación es exacta sólo si se conoce las transmisibilidades

con precisión. En el caso general, las transmisibilidades dependerán de la saturación y la presión y por lo tanto cambian con el tiempo. Debido a que la transformación se aplica sólo a la parte geométrica de la transmisibilidad, un error local se introduce en los cálculos debido a la saturación y la dependencia de la presión de transmisibilidad. Se mostrará más adelante que estos errores son pequeños en los casos típicos, y que esta transformación ofrece una buena precisión para los problemas de flujo multifásico.

Conexiones de Matrix-Matrix y Matrix-fractura. La conexión de matriz-matriz normalmente se representa la conexión entre dos objetos de la misma dimensión. En este caso, el dominio de la malla y el dominio computacional son idénticos, y la transmisibilidad se obtiene mediante la aplicación directa de la ecuación. 2. En el caso de las conexiones de fractura-matriz, los volúmenes de control adyacentes son de diferentes dimensiones en el dominio de la malla. Esto se ilustra en la figura. 9 usando volúmenes de control rectangular y en forma de bloque. En el dominio de computacional, se toma en cuenta el espesor de las fracturas, y la conexión entre la fractura y la matriz se convierte en una conexión entre dos objetos de la misma dimensión. Por lo tanto, puede volver a aplicar la fórmula general de transmisibilidad de la ecuación. 2.

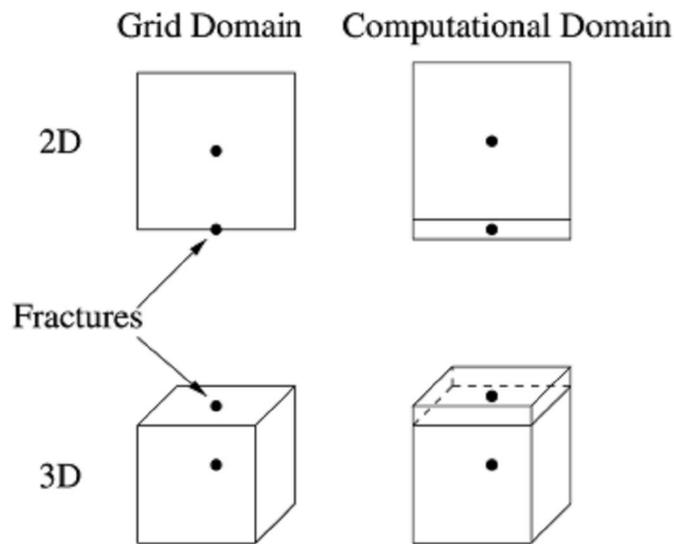


Figura 9: Conexión entre matriz y fractura en 2D y 3D

En una cuadrícula K-ortogonal, la malla está construida de manera que el efecto combinado de la anisotropía de la permeabilidad y la geometría de la malla local permite el uso de una aproximación del flujo de dos puntos. En nuestra metodología, la permeabilidad escalar en la ecuación. 2 es sustituida por un tensor de permeabilidad. Las

definiciones de la distancia D y el vector f son también diferentes en este caso. Ver Heinemann et al [14] para más detalles.

Corrección de volumen. Como se indicó anteriormente, no se representa explícitamente el grosor de las fracturas. Esta simplificación hace la generación de mallas más fácil, que es muy importante en el caso de medios porosos fracturados complejos. El espesor de las fracturas es considerado en el dominio computacional cuando se evalúa el flujo entre los volúmenes de control. Para este cálculo, se considera el espesor de la fractura, sin reducir el volumen de los volúmenes de control alrededor de la matriz. Esto se traduce en un ligero desajuste entre el volumen total de la malla y los dominios de cálculo. Este volumen adicional es insignificante si el modelo tiene pocas fracturas, pero puede ser importante a nivel globalmente a medida que el número de fracturas aumenta. Los volúmenes de los bloques de matriz que rodea a las fracturas son por lo tanto modificados para mantener el volumen de poros correcto. Esto se logra mediante la eliminación de volumen de los poros de los volúmenes de control de la matriz que se conectan con las fracturas. La cantidad de volumen de poros eliminado depende del número y tamaño de las fracturas a las que está conectado el volumen de control de la matriz.

4.- Aspectos de la implementación del modelo de fracturas discretas de Karimi-Fard

En el modelo de Karimi-Fard [25], las fracturas discretas se modelan en el dominio de la malla como caras (o segmentos de línea) correspondientes a las caras de las celdas de la malla. Nótese, que hay una disposición de tipo elemento finito en el que los vértices se convierten en los centroides de las celdas de volumen finito. Karimi-Fard [25] propone una modificación para calcular el flujo entre las conexiones del tipo matriz-fractura y fractura-fractura. Este cálculo se realiza considerando que las fracturas tienen la misma dimensionalidad que las celdas. Así, cada fractura tiene parámetros de longitud y ancho en el caso 2-D o área y ancho para el caso en 3-D.

Para llevar a cabo este cálculo, es necesario añadir un nuevo vértice (puntos con propiedades y las incógnitas) para cada sección de fragmento considerado. Estos vértices se encuentran en el centro de gravedad (centroide) de cada fragmento.

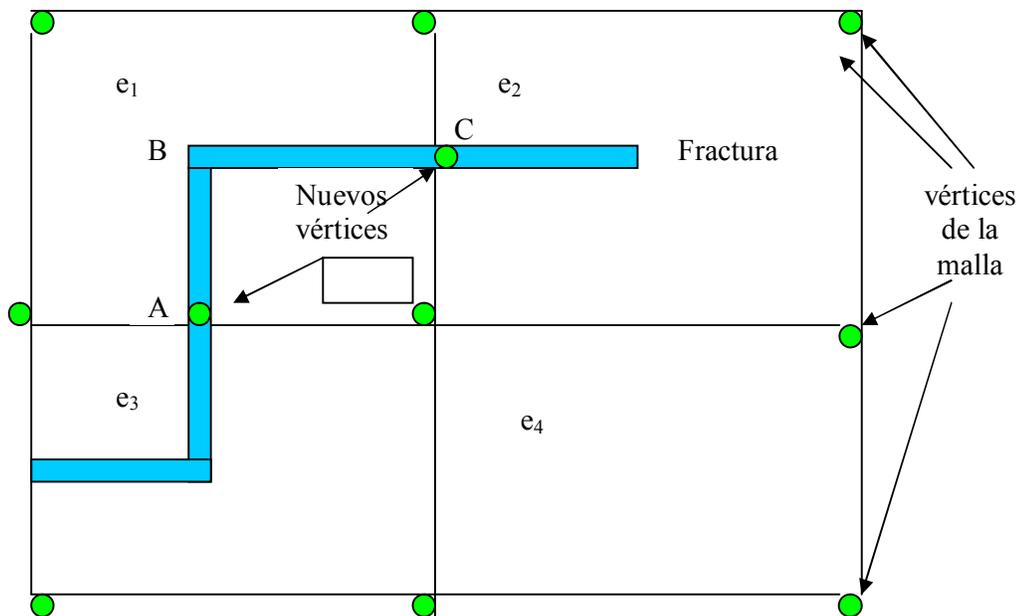


Figura 10: Esquema de discretización matriz-fractura en una malla en 2D

En el caso anterior, una fractura pasa a través de elementos e_1 , e_2 y e_3 . Consideremos que el segmento vertical desde e_3 a e_2 , y el segmento horizontal desde e_1 a e_2 . Aquí, añadimos nuevos vértices A y C en los centros de los segmentos. El nodo B es sólo para uso temporal. Para los dos segmentos mencionados, es necesario calcular los términos de acumulación y de transporte de la ecuación de conservación:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_r} \left(\phi \sum_{\alpha} x_{i\alpha} \xi_{\alpha} S_{\alpha} \right) dx \\ & - \oint_{\partial V_r} \underline{K} \cdot \left(\sum_{\alpha} \frac{k_{r\alpha}}{\mu_{\alpha}} x_{i\alpha} \xi_{\alpha} \nabla \Phi_{\alpha} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

Karimi-Fard [25] define la transmisibilidad entre las dos regiones 1 y 2 (matriz-matriz, fractura-matriz) como:

$$T_{jk} = \frac{\alpha_j \alpha_k}{\sum_i \alpha_i} \quad \text{donde } \alpha_i = \frac{A_i \lambda_{i\alpha}}{D_i} \underline{n}_i \cdot \underline{f}_i \quad (9)$$

Aquí \underline{f}_i es un vector unitario desde el centro de la interfaz de las celdas (vértice temporal) al vértice del centroide de la celda y \underline{n}_i es el vector normal unitario dirigido hacia dentro desde la cara de la celda hacia el interior de la celda i . D_i es la distancia absoluta desde el centro de la celda hasta el punto temporal en la interfaz. Cuando se intersectan más de dos fracturas, se utiliza el mismo valor

$$\lambda_{i\alpha} = \frac{k_{r\alpha}}{\mu_{\alpha}} x_{i\alpha} \xi_{\alpha} \quad (10)$$

Donde $\lambda_{i\alpha}$ se considera como la movilidad de la fase α .

Es evidente que el valor de la permeabilidad \underline{K} en la fractura es generalmente considerablemente mayor que el de la matriz.

Karimi-Fard [25] también calcula el gradiente del potencial de manera diferente. El lo calcula por separado en cada celda como

$$\nabla \Phi_{\alpha}]_{\text{Cell } i} = p_i - p_0 \quad (11)$$

ya que la división por la distancia entra en el término α_i .

5.-Referencias

1. Lee, S.H., Lough, M.F., and Jensen, C.L.: "Hierarchical modeling of flow in naturally fractured formations with multiple length scales," *Water Resour. Res.* (2001) 37, 443.
2. Baca, R.G., Arnett, R.C., and Langford, D.W.: "Modelling fluid flow in fractured-porous rock masses by finite-element techniques," *Int. J. Num. Meth. Fluids* (1984) 4, 337.
3. Juanes, R., Samper, J., and Molinero, J.: "A general and efficient formulation of fractures and boundary conditions in the finite element method," *Int. J. Num. Meth. Eng.* (2002) 54, 1751.
4. Kim, J-G. and Deo, M.D.: "Finite element, discrete-fracture model for multiphase flow in porous media," *AIChE J.* (2000) 46, 1120.
5. Karimi-Fard, M. and Firoozabadi, A.: "Numerical Simulation of Water Injection in Fractured Media Using Discrete-Fracture Model and the Galerkin Method," *SPEREE* (April 2003) 117.
6. Riviere B., Wheeler, M.F., and Banas, K.: "Part II. Discontinuous Galerkin method applied to a single phase flow in porous media," *Computational Geosciences* (2000) 4, 337.
7. Koudina, N. et al.: "Permeability of three-dimensional fracture networks," *Phys. Rev. E* (1998) 57, 4466.
8. Dershowitz, B. et al.: "Integration of Discrete Feature Network Methods With Conventional Simulator Approaches," *SPEREE* (April 2000) 165.
9. Caillabet, Y. et al.: "Implementation of finite-volume method for the determination of equivalent parameters in fissured porous medium," *Num. Meth. Partial Diff. Equations* (2000) 16, 237.
10. Caillabet, Y. et al.: "Computation of large-scale parameters for dispersion in fissured porous medium using finite-volume method," *Computational Geosciences* (2001) 5, 121.
11. Granet, S. et al.: "A single-phase flow simulation of fractured reservoir using a discrete representation of fractures," paper presented at the 1998 European Conference on the Mathematics of Oil Recovery, Peebles, Scotland, 8–11 September.
12. Granet, S. et al.: "A two-phase flow simulation of a fractured reservoir using a new fissure element method," *J. Pet. Sci. and Eng.* (2001) 32, 35.

13. Cao, H. and Aziz, K.: "Performance of IMPSAT and IMPSAT-AIM Models in Compositional Simulation," paper SPE 77720 presented at the 2002 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Antonio, Texas, 29 September–2 October.
14. Heinemann, Z.E. et al.: "Modeling Reservoir Geometry With Irregular Grids," *SPE* (May 1991) 225; *Trans., AIME*, 291.
15. Verma, S. and Aziz, K.: "A Control Volume Scheme for Flexible Grids in Reservoir Simulation," paper SPE 37999 presented at the 1997 SPE Reservoir Simulation Symposium, Dallas, 8–11 June.
16. Aavatsmark, I., Barkve, T., and Mannseth, T.: "Discretization on unstructured grids for inhomogeneous, anisotropic media. Part I: Derivation of the methods," *SIAM J. Sci. Comput.* (1998) 19, 1700.
17. Aavatsmark, I. et al.: "Discretization on unstructured grids for inhomogeneous, anisotropic media. Part II: Discussion and numerical results," *SIAM J. Sci. Comput.* (1998) 19, 1717.
18. Lee, S.H. et al.: "Implementation of a Flux-Continuous Finite- Difference Method for Stratigraphic, Hexahedron Grids," *SPEJ* (September 2002) 267.
19. Hale, D.: "Atomic meshes: from seismic imaging to reservoir simulation," paper presented at the 2002 European Conference on the Mathematics of Oil Recovery, Freiberg, Germany, 3–6 September.
20. Ponting, D.K.: "Corner point geometry in reservoir simulation," paper presented at the 1989 European Conference on the Mathematics of Oil Recovery, Cambridge, England, 25–27 July.
21. King P.R.: "The use of renormalization for calculating effective permeability," *Transport in Porous Media* (1989) 4, 37.
22. Eclipse 100, Schlumberger GeoQuest (1998).
23. Myers, R.: "Mechanism and permeability of brittle faults in sandstone," PhD dissertation, Stanford U., Stanford, California (1999).
24. Jourde, H. et al.: "Computing permeability of fault zones in eolian sandstone from outcrop measurements," *AAPG Bulletin* (2002) 86, 1187.
25. Karimi-Fard, M., L. J. Durlofsky, and K. Aziz, "An efficient discrete-fracture model applicable for general-purpose reservoir simulators," *SPEJ*, vol. 9, no. 2, 2004.