

CARACTERIZACIÓN DE LA ACTIVIDAD SÍSMICA DE LA FALLA DE BOCONÓ UTILIZANDO TÉCNICAS NO LINEALES.

Br. Felvir Rivas.

Tutor: Kay Tucci.

Seminario 1.

Facultad de Ciencias

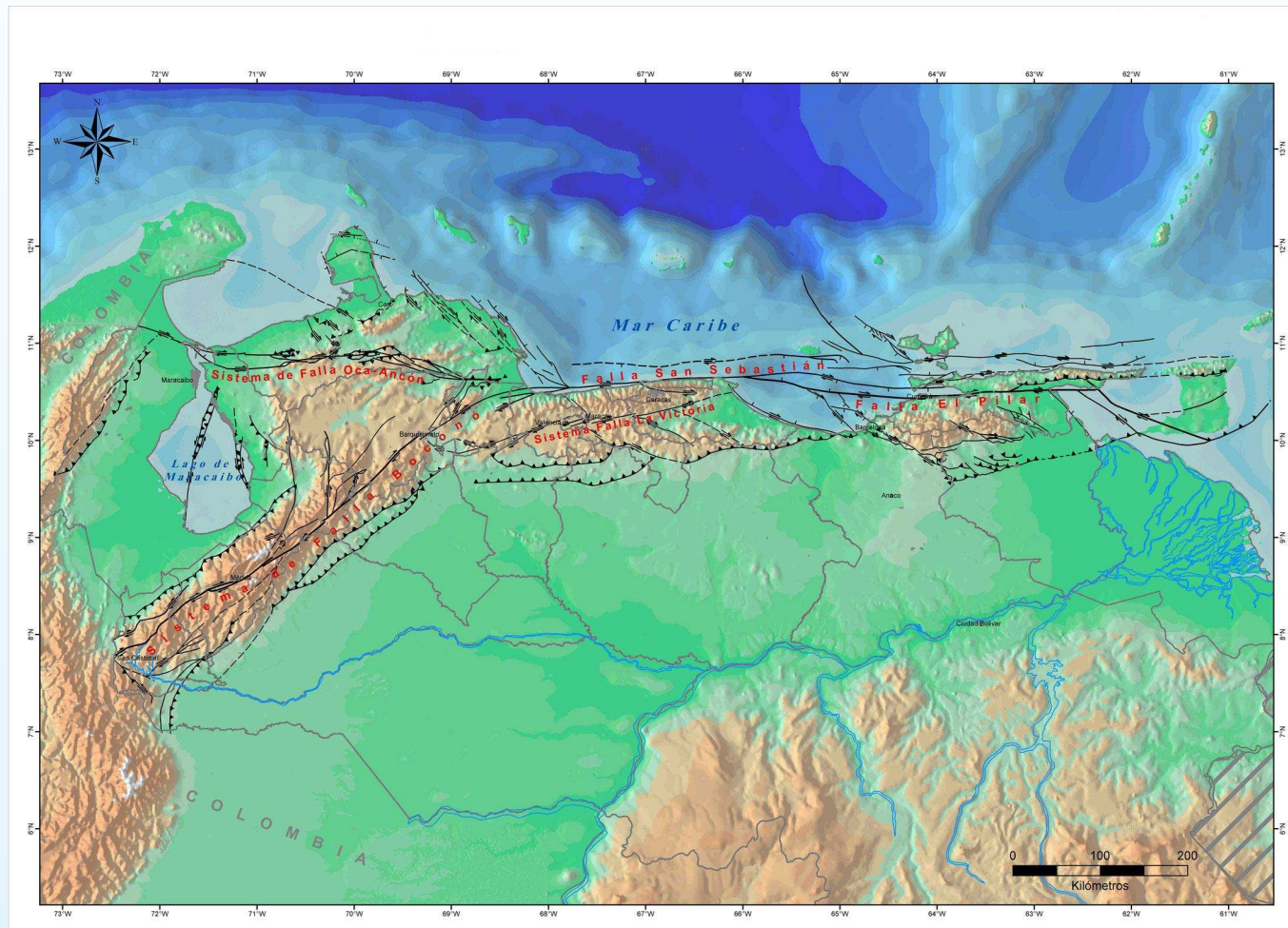
Departamento de Matemática

Índice

•

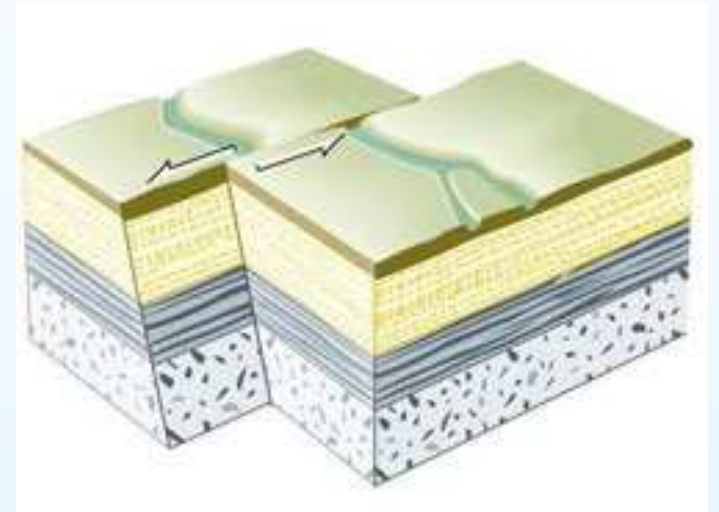
- Área de estudio
- Planteamiento del problema
- Criticalidad autoorganizada.
- Series de tiempo.
- Teorema de Takens.

Falla de Boconó.



Falla de rumbo.

Son aquellas donde ambos bloques de roca se deslizan horizontalmente uno relativo con el otro. También se conocen como fallas transcurrentes.



Falla de rumbo hacia la izquierda

Problema.

Estudiar el comportamiento temporal de los datos mediante métodos que consideren que la serie de datos proviene de una dinámica no lineal. Para ello, vamos a considerar que el sistema dinámico de la falla de Boconó se comporta como un sistema crítico autoorganizado y por otra parte, vamos a reconstruir la dinámica mediante el análisis de series de tiempo de dinámicas no lineales.

Problema.

Estudiar el comportamiento temporal de los datos mediante métodos que consideran que la serie de datos proviene de una dinámica no lineal. Para ello, vamos a considerar que el sistema dinámico de la falla de Boconó se comporta como un sistema crítico autoorganizado y por otra parte, vamos a reconstruir la dinámica mediante el análisis de series de tiempo de dinámicas no lineales.

Antecedentes:

- Bak *et al*, demostraron que la distribución de los tiempos de espera entre los terremotos que ocurren en California obedecen una ley simple de escalamiento.
- Jorge Prieto y Juan Durán, analizaron estadísticamente los tiempos de ocurrencia entre eventos de baja magnitud ocurridos en el Piedemonte Llanero (Colombia).

SOC.

El concepto de SOC fue introducido por primera vez por Per Bak en 1987, con el fin explicar las propiedades invariantes de sistemas dinámicos complejos lejos del equilibrio. SOC es un término usado para describir sistemas dinámicos que tienen puntos críticos que son atractores extraños.



SOC.

El concepto de SOC fue introducido por primera vez por Per Bak en 1987, con el fin explicar las propiedades invariantes de sistemas dinámicos complejos lejos del equilibrio. SOC es un término usado para describir sistemas dinámicos que tienen puntos críticos que son atractores extraños.



Algunas de las aplicaciones del SOC en sistemas físicos son:

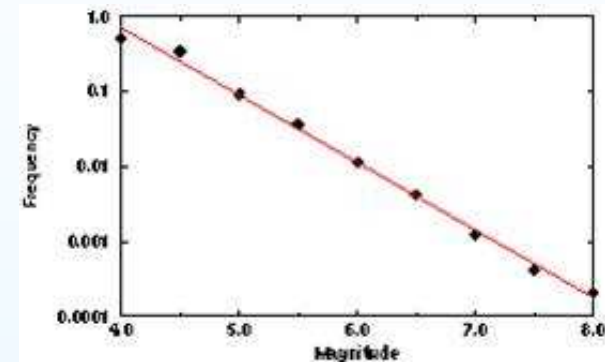
- Deslizamiento de tierras y avalanchas.
- Precipitación.
- Magnetosfera.
- Terremotos.

Ejemplos.

Terremotos

El comportamiento de power law del número de terremotos contra magnitud, que se conoce como ley de Gutenberg-Richter.

$$N(E) \sim E^{-1-b}$$

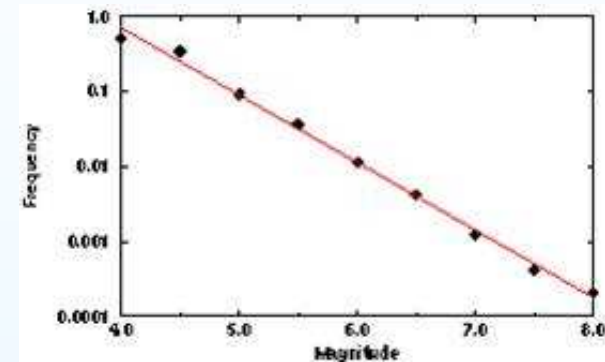


Ejemplos.

Terremotos

El comportamiento de power law del número de terremotos contra magnitud, que se conoce como ley de Gutenberg-Richter.

$$N(E) \sim E^{-1-b}$$



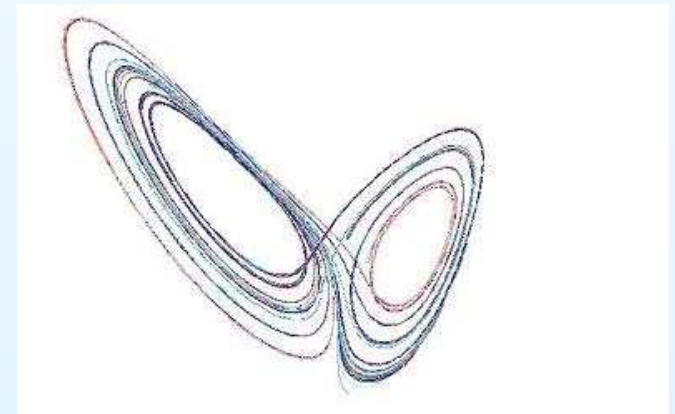
El modelo de Lorenz

$$\frac{dx}{dt} = \sigma(y - x)$$

$$\frac{dy}{dt} = x(r - z) - y$$

$$\frac{dz}{dt} = xy - bz$$

σ número de Prandtl, r número de Reyleigh y b es la razón entre la longitud y altura del sistema.



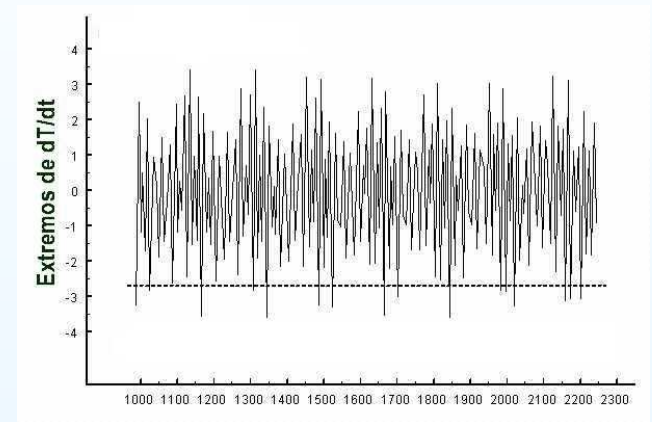
Propiedades.

- Su comportamiento macroscópico exhibe invariancias de escala típicas de una transición de fase, por ejemplo ruido $1/f$.
- Proceso con interacción dominada.
- Similar a las transiciones de fases termodinámicas, pero valor del exponente se alcanza naturalmente.
- El estado crítico es un atractor extraño.

Series de tiempo.

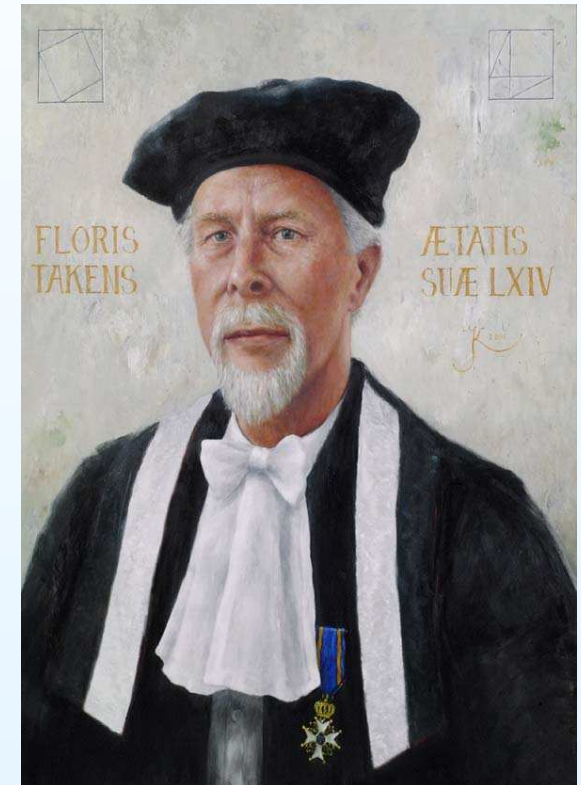
Es un subconjunto de observaciones ordenadas en el tiempo, o también, la evolución de un fenómeno o variable a lo largo de él. Esta variable puede ser:

- Económica: ventas de una empresa, consumo de cierto producto, evolución de los tipos de interés.
- Física: evolución del caudal de un río, de la temperatura de una región.
- Social: número de habitantes de un país, número de alumnos matriculados en ciertos estudios, votos a un partido.



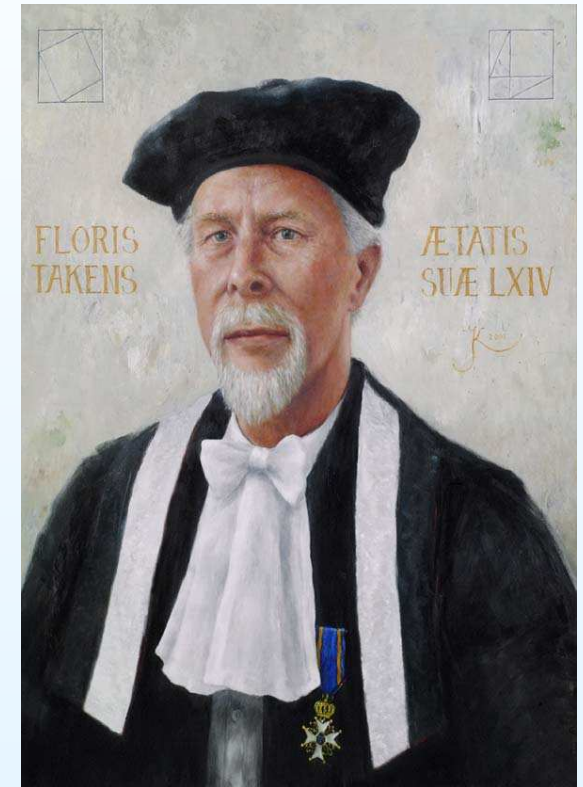
Floris Takens.

Teorema (1993): Sea (X, h) es un sistema dinámico, con $X \subset \mathbb{R}^n$, y $\alpha : X \longrightarrow \mathbb{R}$ la función de observación del sistema, entonces la aplicación de retardos $\Phi_{h,\alpha} : X \longrightarrow \mathbb{R}^m$, dada por $\Phi_{h,\alpha}(x) = (\alpha(h^{(m-1)\tau}(x)), \dots, \alpha(x))$, es un homeomorfismo sobre X siempre que $m \geq 2n + 1$, siendo m una dimensión de embedding y τ un retardo cualquiera.



Floris Takens.

Teorema (1993): Sea (X, h) es un sistema dinámico, con $X \subset \mathbb{R}^n$, y $\alpha : X \longrightarrow \mathbb{R}$ la función de observación del sistema, entonces la aplicación de retardos $\Phi_{h,\alpha} : X \longrightarrow \mathbb{R}^m$, dada por $\Phi_{h,\alpha}(x) = (\alpha(h^{(m-1)\tau}(x)), \dots, \alpha(x))$, es un homeomorfismo sobre X siempre que $m \geq 2n + 1$, siendo m una dimensión de embedding y τ un retardo cualquiera.



"On the nature of turbulence". Communications of Mathematical Physics 20:167-192.

"Detecting strange attractors in turbulence". Lecture Notes in Mathematics 898:366-381.

Definición: Una *topología* sobre un conjunto X es una colección Γ de subconjuntos de X con las siguientes propiedades:

- ϕ y X están en Γ .
- La unión de los elementos de cualquier subcolección de Γ está en Γ .
- La intersección de los elementos de cualquier subcolección finita de Γ está en Γ .

Un conjunto X para el que se ha definido una topología Γ se llama *espacio topológico*.

Definición: Una *topología* sobre un conjunto X es una colección Γ de subconjuntos de X con las siguientes propiedades:

- ϕ y X están en Γ .
- La unión de los elementos de cualquier subcolección de Γ está en Γ .
- La intersección de los elementos de cualquier subcolección finita de Γ está en Γ .

Un conjunto X para el que se ha definido una topología Γ se llama *espacio topológico*.

Definición: Si X es un espacio topológico con una topología Γ , diremos que un subconjunto U de X es un *conjunto abierto* de X si U pertenece a la colección Γ .

Definición: Una colección $\mathcal{A}$ de subconjuntos del espacio X se dice que *cubre* X , o que es un *cubrimiento* de X , si la unión de los elementos de $\mathcal{A}$ coincide con X .

Definición: Una colección $\mathcal{A}$ de subconjuntos del espacio X se dice que *cubre* X , o que es un *cubrimiento* de X , si la unión de los elementos de $\mathcal{A}$ coincide con X .

Se dice que $\mathcal{A}$ es un *cubrimiento abierto* de X si es un cubrimiento de X formado por conjuntos abiertos de X

Definición: Una colección $\mathcal{A}$ de subconjuntos del espacio X se dice que *cubre* X , o que es un *cubrimiento* de X , si la unión de los elementos de $\mathcal{A}$ coincide con X .

Se dice que $\mathcal{A}$ es un *cubrimiento abierto* de X si es un cubrimiento de X formado por conjuntos abiertos de X

Definición: Un espacio X se dice que es *compacto* si de cada cubrimiento abierto $\mathcal{A}$ de X podemos extraer una subcolección finita que también cubre X .

Definición: Una colección $\mathcal{A}$ de subconjuntos del espacio X se dice que *cubre* X , o que es un *cubrimiento* de X , si la unión de los elementos de $\mathcal{A}$ coincide con X .

Se dice que $\mathcal{A}$ es un *cubrimiento abierto* de X si es un cubrimiento de X formado por conjuntos abiertos de X

Definición: Un espacio X se dice que es *compacto* si de cada cubrimiento abierto $\mathcal{A}$ de X podemos extraer una subcolección finita que también cubre X .

Ejemplo: La recta real $\mathbb{R}$ no es compacta, pues el cubrimiento de $\mathbb{R}$ por intervalos abiertos

$$\mathcal{A} = \{(n, n + 2) \mid n \in \mathbb{Z}\}$$

no contiene ninguna subcolección finita que cubra $\mathbb{R}$.

Definición: Se llama *sistema dinámico* al par (X, h) , con $X \subset \mathbb{R}^n$ un conjunto compacto, llamado espacio de estados, y $h : X \longrightarrow X$ una función continua tal que el estado del sistema en el momento t viene dado por $x_t = h(x_{t-1})$, lo que permite conocer la evolución del sistema dada una condición inicial x_0 .

Definición: Se llama *sistema dinámico* al par (X, h) , con $X \subset \mathbb{R}^n$ un conjunto compacto, llamado espacio de estados, y $h : X \longrightarrow X$ una función continua tal que el estado del sistema en el momento t viene dado por $x_t = h(x_{t-1})$, lo que permite conocer la evolución del sistema dada una condición inicial x_0 .

Definición: Sea $F : X \longrightarrow Y$ una función sobre los espacios topológicos X e Y . Se dice que F es un *embedding* si F es un homeomorfismo entre X y $F(X)$. Cada embedding es inyectivo y continuo. Se le llamará dimensión de embedding a la dimensión de X , que la denotaremos m

Bibliografía.

- Bak; Tang; Wiesenfeld. Phys. Rev. A 38:364-374 (1988).
- Chen; Bak; Obukhov. Phys. Rev. A 43:625 (1991).
- <http://lgula.ciens.ula.ve>.
- James R. Munkres. Topología 2^{da} edición, pág 186-201.
- J. C, Sprott. Chaos and Time-Series Analysis. pág 211-239.
- Kantz; Schreiber. Nonlinear Time Series Analysis.
- Takens. International Journal of Bifurcation and Chaos. Vol. 3, No. 2, 241-256 (1993).